

**FRANJO PROT, ANKICA HOŠEK,
KSENIJA BOSNAR I KONSTANTIN MOMIROVIĆ**
Institut za kineziologiju Fakulteta za fizičku kulturu
u Zagrebu
Odjel za informatiku i statistiku

Izvorni znanstveni članak
UDK 519.254:519.237.7:301.16
Primljeno 13. 10. 1983.

ALGORITAM I PROGRAM ZA ANALIZU STRUKTURALNIH PROMJENA

1780

/ faktorska analiza / kvalitativna promena, analiza / kvazikanonički model / socijalni status /

Predložen je algoritam i napisan program za analizu strukturalnih promjena u dvije konsekutivne vremenske točke. Rad se bazira na postupku za analizu strukturalnih promjena (Harris, 1963; Momirović, 1972) te algoritmu za pseudokanoničku faktorsku analizu (Bosnar, Prot, Momirović, Lužar i Dobrić, 1982). Iz super matrice korelacija kvantitativnih varijabli obadviije vremenske točke algoritam određuje ortogonalnu soluciju definiranu pseudokanoničkim faktorima, koju zatim transformira u varimax i oblimin poziciju. Za svaku od dobivenih solucija algoritama definira promjene struktura kao razlike koordinata vektora varijabli u prvoj i drugoj točki registracije na dobivenim faktorima, i kao koeficijente kongruencije tih koordinata. Ponašanje algoritma je prikazano na podacima jednog sociološkog istraživanja.

1. UVOD

Procesi koje istražuje sociologija ali i kineziologija, psihologija i druge antropološke znanosti u određenom su broju slučajeva takve naravi da se, osim kvantitativnih promjena, mogu očekivati i kvalitativne, strukturalne promjene, dakle promjene međusobnih odnosa obilježja. Ponekad su neki transformacijski postupci usmjereni prema strukturalnim promjenama između dva sukcesivna stanja, ili održanju konstantne strukture bez obzira na eventualne kvantitativne promjene.

Mogućnost analize strukturalnih promjena stoga može biti od presudnog značenja kako za daljnju analizu prikupljenih podataka, tako i za donošenje relativnih odluka.

Na osnovi algoritma za pseudokanoničku faktorsku analizu (Bosnar, Prot, Momirović, Lužar i Dobrić, 1981) koji se temelji na relacijama faktorskog modela (Rao, 1955), image modela (Gutman, 1953) i modela s univerzalnom metrikom (Harris, 1962), te algoritma za kanoničku analizu promjena (Harris, 1963; Momirović, 1972), moguće je konstruirati jednostavan algoritam za analizu strukturalnih promjena u toku nekog stohastičkog procesa. U ovom je radu definiran jedan takav algoritam i opisan program kojim je taj algoritam implementiran.

2. ALGORITAM

2.1. Preliminarne operacije

Neka su $V_t = \{v_j; j = 1, \dots, m\}$ i $V_{t+1} = \{v_i; i = 1, \dots, r\}$ $m=r$, dva skupa istih multivarijatno normalno distribuiranih manifestnih ili latentnih varijabli u vremenskim točkama t i $t+1$ u nekom vremen-registriranih na skupu etiteta
skom intervalu $\{t_0, t_1\}$. Podrazumijeva se da su skupovi varijabli V_t i V_{t+1} odabrani tako da zadovoljavajuće do-

bro opisuju tranzitivna stanja u vremenskim točkama t i $t+1$.

Neka je $B_1 = (b_{1ij}); i=1, \dots, n; j=1, \dots, m$ nesingularna matrica podataka dobivena opisom entiteta iz E nad skupom varijabli V_t i neka je $B_2 = (b_{2il}); i=1, \dots, n; l=1, \dots, r; m=r$, nesingularna matrica podataka dobivena opisom istih entiteta iz E nad skupom varijabli V_{t+1} .

Organizirajmo matrice B_1 i B_2 u super matricu $B = (b_{is}); i=1, \dots, n; s=1, \dots, m+r$, koja ima oblik

$$B = | B_1 \ B_2 |.$$

Pretpostavimo da ne postoji značajan gubitak informacija ako super matricu B podvrgnemo postupku standardizacije. Takvu novu super matricu standardiziranih varijabli označimo sa Z ; naravno, ta matrica ima oblik

$$Z = (z_{is}) = | Z_1 \ Z_2 |.$$

Operacijom

$$Z^T Z \frac{1}{n} = R = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}$$

formiramo super matricu R gdje je R_{11} matrica interkorelacija varijabli u tranzitivnom stanju t , R_{22} matrica interkorelacija varijabli u tranzitivnom stanju $t+1$, a matrica $R_{12} = R_{21}^T$ matrica kroskorelacija varijabli registriranih u točkama t i $t+1$.

Guttmanove procjene unikatiteta varijabli iz skupa $\{V_t, V_{t+1}\}$ određene su operacijom

$$U^2 = (\text{diag} R^{-1})^{-1}.$$

2.2. Inicijalna ortogonalna solucija

Dekomponirajmo super matricu na ove aditivne matrice

$$R = X\Delta X^T + X^* \Delta^* X^{*T}$$

gdje je $\Delta = (\lambda_g)$; $g=1, \dots, k$, matrica prvih k svojstvenih vrijednosti koje zadovoljavaju kriterij $\lambda_g > 1$, a $X = (X_g)$; $X^T X = I$, matrica njima pridruženih svojstvenih vektora.

U matrici

$$H = X\Delta^{1/2}$$

bit će prvih k glavnih osovina super matrice R .

Inicijalnu procjenu komunaliteta varijabli iz V_t i V_{t+1} u zajedničkom prostoru definiramo operacijom

$$h^2_o = \text{diag}(HH^T).$$

Konačna procjena komunaliteta određena je iterativnim procesom:

$$R_a = R - I + h^2_{a-1}$$

$$(R_a - \lambda_{pa} I) X_{pa} = 0 \quad p=1, \dots, k$$

$$H_a = X_a \Delta_a^{1/2}$$

$$h^2_a = \text{diag}(H_a H_a^T)$$

gdje je α oznaka iteracije.

Iterativni proces se zaustavlja kada se zadovolji uvjet

$$|h^2_a| - |h^2_{a+1}| < \varepsilon$$

gdje je ε proizvoljno mali realni broj (u programu LIMA $\varepsilon = 0.005$), ili jednu iteraciju prije nego što nastupi generalizirani Heywoodov slučaj.

U matrici $H_a = X_a \Delta_a^{1/2}$, gdje su Δ_a i X_a matrice svojstvenih vrijednosti i svojstvenih vektora matrice $R - I + h^2_a$ dobivene u posljednjoj iteraciji, nalaze se glavne osovine reducirane matrice korelacija procijenjene pod standardnim faktorskim modelom.

Unikviteti varijabli na kraju iterativnog procesa određeni su operacijom

$$S^2 = I - h^2_f$$

gdje je h^2_f matrica komunaliteta varijabli dobivena na kraju iterativnog procesa.

Kovarijance varijabli u skupu $\{V_t, V_{t+1}\}$ reskaliranih na Harrisovu metriku procijenjene su operacijom

$$C = S^{-1}(R - S^2)S^{-1} = S^{-1}RS^{-1} - I.$$

Definira li se matrica $Y = \{Y_p\}$; $p=1, \dots, q$ kao matrica prvih q svojstvenih vektora matrice C , u matrici Y su ujedno i prvih q svojstvenih vektora matrice $S^{-1}RS^{-1}$.

Ako su u matrici

$$N = (n_p) \quad p=1, \dots, q$$

prvih q svojstvenih vrijednosti matrice $S^{-1}RS^{-1}$, onda su u matrici

$$\eta = (n_p - 1); \quad p=1, \dots, q$$

prvih q svojstvenih vrijednosti matrice C .

Ortogonalna faktorska matrica, odnosno matrica pseudokanoničkih faktora

$$L = SY(\eta - I)^{1/2}$$

procjena je faktora matrice $R - S^2$ pod modelom analognim modelu najveće vjerodostojnosti (Harris, 1962; Momirović, 1964; 1982) jer su u $L^* = Y(\eta - I)$ prvih q^{**} glavnih osovina matrice C .

Super matricu pseudokanoničkih faktora možemo posmatrati kao

$$L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$$

gdje su particije L_1 i L_2 koordinate vektora varijabli iz V_t i V_{t+1} koje opisuju tranzitivna stanja u točkama t i $t+1$.

Reprodukcija super matrice $R - S^2$ određena je operacijom

$$LL^T = R - S^2,$$

što je

$$LL^T = \begin{bmatrix} L_1 L_1^T & L_1 L_2^T \\ L_2 L_1^T & L_2 L_2^T \end{bmatrix}$$

odnosno

$$LL^T = \begin{bmatrix} R_1 - S_1^2 & R_{12} \\ R_{21} & R_2 - S_2^2 \end{bmatrix}$$

Usporedbom koeficijenata particija super matrice pseudokanoničkih faktora L_1 i L_2 može se steći uvid u promjene strukturalnih odnosa varijabli iz V_t i V_{t+1} u tranzitivnim stanjima t i $t+1$.

Promjene u svakoj od odgovarajućih varijabli za svaki od q pseudokanoničkih faktora određene su razlikom

$$\Delta_L = L_1 - L_2.$$

Odnos koordinata varijabli u tranzitivnim stanjima u t i $t+1$ u prostoru pseudokanoničkih faktora određen je i kosinusima kuteva vektora particija L_1 i L_2

$$\Psi_t = \text{diag}(L_1^T L_1)^{-1/2} L_1^T L_2 \text{diag}(L_2^T L_2)^{-1/2}.$$

2.3. Varimax translormacija pseudokanoničkih faktora

Neka je $T = \{t_{pc}\}$; $p, c = 1, \dots, q$; $T^T T = T T^T = I$ i neka se operacijom

$$LT = V = (v_{sp}); \quad s = 1, \dots, m+r$$

maksimira Kaiserova varimax funkcija (Kaiser, 1958)

$$w = (m+r) \sum_{s=1}^{m+r} \sum_{p=1}^q (v_{sp}/h_s)^4 - \sum_{p=1}^q \left(\sum_{s=1}^{m+r} (v_{sp}/h_s)^2 \right)^2,$$

gdje su h_s^2 komunaliteti varijabli procijenjeni operacijom $H^2 = \text{diag}(LL^T)$. Tada super matrica V određuje strukturu varijabli iz V_t i V_{t+1} sukladno parsimonijskoj soluciji definiranoj normal varimax funkcijom.

**Broj q je određen sukladno DMEAN kriteriju (Momirović i Štalec, 1973)

Particije V_1 i V_2 u

$$V = \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \end{vmatrix}$$

koordinate su vektora varijabli tranzitivnih stanja opisanih na skupinama varijabli V_t i V_{t+1} u prostoru pseudokanoničkih faktora transformiranih u varimax poziciju, pa se njihovom usporedbom može steći uvid u eventualne kvalitativne promjene. Promjene za svaku od varijabli V_t u odnosu na odgovarajuću varijablu u V_{t+1} na svakom od q pseudokanoničkih faktora transformiranih u varimax poziciju eksplicitno su određene razlikom particija

$$\Delta_v = V_1 - V_2.$$

Odnos koordinata varijabli stanja u V_t i V_{t+1} u prostoru varimax faktora određen je kosinusima kuteva particija V_1 i V_2

$$\psi_v = \text{diag}(\sqrt{V_1 V_1})^{-1/2} V_1 V_2 \text{diag}(\sqrt{V_2 V_2})^{-1/2}.$$

2. 4. Oblimin transformacija pseudokanoničkih faktora

Zbog toga što se može očekivati da neortogonalno parsimonijsko rješenje bude osjetljivije, a istovremeno i bliže realnim procesima, pseudokanonički faktori su podvrgnuti i oblmin transformaciji.

Neka je $Q = (q_{pc})$; $p, c = 1, \dots, q$ neka matrica koja uz uvjet $\text{diag}(QQ^T) = I$ omogućuje transformaciju

$$LQ^{-1} = A = (a_{jp}),$$

pri čemu elementi a_{jp} matrice A zadovoljavaju Carrolov oblmin kriterij, tj.

$$\sum_{p < c} \sum_{s=1}^{m+r} a_{sp}^2 a_{sc}^2 = \min$$

$$\begin{aligned} p, c &= 1, \dots, q \\ p &< c \\ s &= 1, \dots, m+r \end{aligned}$$

Super matrica A je parsimonijski koordinatni sustav za vektore iz $\{V_t, V_{t+1}\}$. Interkorelacije pseudokanoničkih faktora transformiranih u oblmin poziciju u tom su slučaju

$$M = QQ^T,$$

a korelacije varijabli iz $\{V_t, V_{t+1}\}$ i oblmin faktora

$$F = AM = LQ^T.$$

Particije A_1 i A_2 matrice

$$A = \begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \end{vmatrix}$$

koordinate su vektora varijabli tranzitivnih stanja opisanih nad varijablama iz V_t i V_{t+1} u prostoru oblmin faktora.

Usporedbom koeficijenata u A_1 i A_2 može se steći uvid u promjene strukturalnih odnosa varijabli iz V_t i V_{t+1} .

Promjene za svaku od varijabli V_t u odnosu na odgovarajuću varijablu u V_{t+1} na svakom od q pseudokano-

ničkih faktora transformiranih u oblmin poziciju eksplicitno određuje matrica razlika

$$\Delta_o = A_1 - A_2.$$

Onos koordinata varijabli u V_t i V_{t+1} u prostoru oblmin pseudokanoničkih faktora određen je kosinusima kuteva particija A_1 i A_2

$$\psi_o = \text{diag}(A_1^T A_1)^{-1/2} A_1^T A_2 \text{diag}(A_2^T A_2)^{-1/2}.$$

4. PROGRAM LIMA

Na osnovu algoritma za analizu strukturalnih promjena (Harris, 1963; Momirović, 1972) i algoritma za pseudokanoničku faktorsku analizu (Bosnar, Prot, Momirović, Lužar i Dobrić, 1982) i ovdje opisanog algoritma za pseudokanoničku analizu strukturalnih promjena napisan je program LIMA.

Ovaj je program moguće primijeniti:

(1) kada je neki stohastički proces takav da se, osim kvantitativnih, mogu očekivati i strukturalne promjene, dakle promjene međusobnih odnosa obilježja, ili se samo takve promjene i mogu očekivati;

(2) kada je iz bilo kojeg razloga potrebno utvrditi strukturalne promjene u dva sukcesivna tranzitivna stanja;

Program LIMA izveden je u pet segmenata u okviru kojih izvodi ove operacije:

(1) formira super matricu opisa entiteta u tranzitivnim stanjima t i $t+1$;

(2) analizira latentne dimenzije pod komponentnim modelom i fiksira broj dimenzija u skladu s Guttman-Kaiserovim kriterijem;

(3) za tako formiran broj faktora određuje komunalitete iterativnim postupkom;

(4) definira unikvitete na temelju tako procijenjenih komunaliteta i formira reduciranu matricu kovarijanci varijabli reskaliranih na inverznu metriku uniknih komponenata;

(5) određuje glavne osovine reskalirane reducirane matrice kovarijanci, fiksira broj faktora u skladu s DMEAN kriterijem (Momirović i Štalec, 1973) i reskalira faktore na metriku standardiziranih varijabli;

(6) matricu pseudokanoničkih faktora particionira na matrice koordinata vektora varijabli tranzitivnih stanja t i $t+1$;

(7) razlikom koordinata varijabli u tranzitivnim stanjima t i $t+1$ određuje strukturalne promjene u sistemu pseudokanoničkih faktora;

(8) određuje kosinuse kuteva particija pseudokanoničkih faktora u tranzitivnim stanjima t i $t+1$;

(9) rotira pseudokanoničke faktore u normal varimax poziciju (Kaiser, 1958);

(10) matricu pseudokanoničkih faktora u varimax poziciji particionira na matrice koordinata varijabli tranzitivnih stanja t i $t+1$;

(11) razlikom koordinata varijabli tranzitivnih stanja t i $t+1$ određuje strukturalne promjene u sistemu pseudokanoničkih faktora u varimax poziciji;

(12) određuje kosinuse kuteva particija pseudokano-

ničkih faktora u varimax poziciji tranzitivnih stanja t i $t+1$;

(13) rotira pseudokanoničke faktore u oblimin poziciju; ta rotacija je izvedena E. Zakrajšekom modifikacijom Jenrich-Sampsonovog direkt oblimin postupka;

(14) matricu sklopa pseudokanoničkih faktora u oblimin poziciji particionira na matrice koordinata vektora varijabli tranzitivnih stanja t i $t+1$;

(15) razlikom koordinata varijabli u tranzitivnim stanjima t i $t+1$ određuje strukturalne promjene u sistemu pseudokanoničkih faktora u oblimin poziciji;

(16) određuje kosinuse kuteva particija pseudokanoničkih faktora u oblimin poziciji u tranzitivnim stanjima t i $t+1$.

Program LIMA napisan je u meta jeziku SS, verzija 5.2/M (Zakrajšek, Štalec i Momirović, 1974; Momirović, Štalec i Zakrajšek, 1982). Korisnicima je dostupan u datoteci SRCE*SS—MAKRO Sveučilišnog računskog centra u Zagrebu.

5. PONAŠANJE ALGORITMA

Za ilustraciju efikasnosti algoritma predočeni su rezultati oblimin transformacije pseudokanoničkih faktora*** dobivenih u sklopu jednog sociološkog istraživanja.

Na subuzorku od 333 entiteta iz uzorka efektivna 617 ispitanika (Hošek, 1979), opisanih na subuzorku stratifikacijskih varijabli iz upitnika DS-2 koje opisuju iste karakteristike kod očeva i kod sinova, analizirane su neke stratifikacijske karakteristike očeva i sinova. U tu su svrhu registrirane ove varijable:

- 1 KVALO — naobrazba oca
- 1 KVARAO — kvalifikacija oca
- 1 MJ150 — karakteristike mjesta u kojem je otac proveo djetinjstvo
- 1 SAMOO — funkcija oca u organima radničkog samoupravljanja
- 1 SKJO — članstvo oca u SKJ
- 2 KVALS — naobrazba subjekta
- 2 KVARAS — kvalifikacija subjekta
- 2 MJ15S — karakteristike mjesta u kojem je subjekt proveo djetinjstvo
- 2 SAMOS — funkcija subjekta u organima radničkog samoupravljanja
- 2 SKJS — članstvo subjekta u SKJ

U prostoru istih karakteristika očeva i sinova algoritam ekstrahira i transformira u oblimin poziciju tri faktora (rezultati su predočeni u tabelama 1, 2, 3, 4 i 5). U matrici sklopa (Tabela 1) jasno se može uočiti da je prvi faktor (OBL 1) definiran stratifikacijskim karakteristikama sinova, da je drugi faktor (OBL 2) definiran stratifikacijskim karakteristikama očeva, a treći faktor (OBL 3) definiran je rezidencijalnim statusom u djetinjstvu i očeva i sinova.

Koordinate stratifikacijskih i rezidencijalnih karakteristika očeva i sinova (Tabela 2) izrazito se razlikuju, dok

su razlike na trećem faktoru vezane samo uz rezidencijalne varijable.

I podaci o kosinusima kuteva particija oblimin faktora (Tabela 3) jasno potvrđuju da je algoritam detektirao strukturalne razlike između stratifikacijskih i rezidencijalnih varijabli kod očeva i kod sinova.

Tabela 1

SKLOP OBLIMIN FAKTORA

	OBL 1	OBL 2	OBL 3
1 KVALO	-.04	.75	.01
1 KVARAO	.07	.73	.11
1 MJ150	.00	.15	.46
1 SAMOO	-.03	.45	.02
1 SKJO	-.04	.59	-.18
2 KVALS	.42	.32	.04
2 KVARAS	.88	-.01	.01
2 MJ15S	.00	-.01	.77
2 SAMOS	.73	-.04	-.03
2 SKJS	.24	.23	-.22

Tabela 2

RAZLIKE KOORDINATA (OTAC—SIN) U PROSTORU OBLIMIN FAKTORA

	OBL 1	OBL 2	OBL 3
KVAL	-.47	.43	-.02
KVARA	-.82	.74	.10
MJ15	-.00	.16	-.31
SAMO	-.76	.49	.05
SKJ	-.28	.36	.04

Tabela 3

KOSINUSI KUTEVA PARTICIJA OBLIMIN FAKTORA

	OBL 1	OBL 2	OBL 3
OBL 1	.09	-.59	.09
OBL 2	.89	.69	.01
OBL 3	.12	-.20	.97

Tabela 4

STRUKTURA OBLIMIN FAKTORA

	OBL 1	OBL 2	OBL 3
1 KVALO	.20	.74	.22
1 KVARAO	.31	.78	.31
1 MJ150	.07	.28	.50
1 SAMOO	.11	.44	.14
1 SKJO	.14	.53	-.02
2 KVALS	.53	.47	.15
2 KVARAS	.88	.28	.06
2 MJ15S	.04	.20	.77
2 SAMOS	.72	.19	.00
2 SKJS	.30	.25	-.14

*** Ostali rezultati koji nisu mogli biti objavljeni u ovom radu pohranjeni su u arhivi Instituta za kineziologiju Fakulteta za fizičku kulturu Sveučilišta u Zagrebu

Tabela 5

KORELACIJE OBLIMIN FAKTORA

	OBL 1	OBL 2	OBL 3
OBL 1	1.00		
OBL 2	.32	1.00	
OBL 3	.06	.27	1.00

LITERATURA

1. Bosnar, K., F. Prot, K. Momirović, V. Lužar i V. Dobrić: Algoritam za procjenu pseudokanoničkih faktora. Kineziologija, 13 (1982) 29-34.
2. Cattell, R. B.: Handbook of multivariate experimental psychology. McNally, Chicago, 1966.
3. Fulgosi, A.: Faktorska analiza. Školska knjiga, Zagreb, 1979.
4. Harman, H. H.: Modern factor analysis. University of Chicago Press, Chicago, 1960.
5. Harris, C. W.: Canonical factor models in the description of change (IN: C. W. Harris, Problems in measuring change, University of Wisconsin Press, Madison, 1963).
6. Hošek-Momirović, A.: Utjecaj socioloških karakteristika na motoričke sposobnosti. Kineziologija, 9 (1979) 107-124.
7. Kaiser, H.: The varimax criterion for analytic rotations in factor analysis. Psychometrika, 23 (1958) 187-200.
8. Momirović, K.: Metode za transformaciju i kondenzaciju kinezioloških informacija. Institut za kineziologiju, Zagreb, 1972.
9. Momirović, K. i J. Štalec: DMEAN i DMAX kriteriji za određivanje broja značajnih image faktora pri analizi zadataka u psihologijskim testovima. Stručni skupovi »Dani Ramira Bujasa«, 1970 i 1972, Društvo psihologa Hrvatske, Zagreb, 1973 (95).
10. Momirović, K., J. Štalec and E. Zakrajšek: A programming language for multivariate data analysis. COMPSTAT 82. I. Proceedings in computational statistics, Physica Verlag, Wien, 1982, 87-95.
11. Mulaik, S. A.: The foundations of factor analysis. McGraw Hill, New York, 1972.
12. Zakrajšek, E., J. Štalec i K. Momirović: SS-programski jezik za multivarijatnu analizu podataka. Zbornik simpozija »Kompjuter na sveučilištu«, Zagreb, 1974, C8. 1-16.

Prot, F., Hošek, A., Bosnar, K., Momirović, K.:

THE ALGORITHM AND PROGRAM FOR ANALYSIS OF STRUCTURAL CHANGES

factor analysis / analysis of qualitative changes / quasicanonical models

The algorithm is proposed and the program is written for the analysis of structural changes in two consecutive time points. The work is based on the procedure for the analysis of structural changes (Harris, 1963; Momirović, 1972), and on the algorithm for pseudo-canonic factor analysis (Bosnar, Prot, Momirović, Lužar and Dobrić, 1982). From the super-matrix of correlation of quantitative variables of both time points, the algorithm determines the orthogonal solution defined by pseudo-canonic factors which is then transformed into the varimax and oblimin position. For each obtained solution the algorithm defines the changes of structure as differences of co-ordinates of vector variables in the first and second point of registration on the obtained factors, and as coefficients of congruence of these co-ordinates. The behaviour of the algorithm is shown on the data of a sociologic study.

Франье Прот, Анкица Хошек, Ксения Боснар и Константин Момирович

АЛГОРИТМ И ПРОГРАММА ДЛЯ АНАЛИЗА СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ

Предложен алгоритм и написана программа для анализа структурных изменений во двух соседних точках времени. Работа основана на приеме для анализа структурных изменений (Харрис, 1963; Момирович, 1972) и на алгоритме для псевдоканонического анализа (Боснар, Прот, Момирович, Лузар и Добрич, 1982). Из суперматрицы корреляций количественных переменных обеих точек времени алгоритм определяет ортогональное решение, определенное псевдоканоническими факторами. Затем это решение трансформируется в варимакс и облимин позиции. Для каждого из полученных решений алгоритм определяет изменения структуры как разницу координат векторов переменных в первой и второй точке времени на полученных факторах и как коэффициенты конгруэнции этих координат. Принципы работы алгоритма показаны на данных одного исследования в социологии.

